



TITLE:

海底植物の運動と海水流の連成シミュレーション (複雑流体の数理解析と数値解析)

AUTHOR(S):

佐藤, 真由美; 水藤, 寛

CITATION:

佐藤, 真由美 ...[et al]. 海底植物の運動と海水流の連成シミュレーション (複雑流体の数理解析と数値解析). 数理解析研究所講究録 2011, 1724: 101-109

ISSUE DATE:

2011-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/170469>

RIGHT:

海底植物の運動と海水流の連成シミュレーション

岡山大学・大学院環境学研究科 佐藤真由美(Mayumi Satou)

Graduate School of Environmental Science, Okayama University

岡山大学・大学院環境学研究科/JST 水藤寛(Hiroshi Suito)

Graduate School of Environmental Science, Okayama University/JST

Abstract

Sea grass field is playing a very important role in coastal ecosystems: it yields oxygen by photo synthesis, provides egg-laying site for fishes, and so on. However, it has been widely lost by shore protection works, reclamation works, and etc. In this study, we simulated the motion of sea grass by wave actions for the purpose of providing useful information to transplantation of sea grass. To calculate the flow around the sea grass in detail, the overset grid is used. Then we examine for flows around the sea grass by using a single grid and overset grids, and compared them. Sea water flows are governed by Navier-Stokes equations, where the existence of sea grass is included as a drag force term proportional to the difference between fluid and solid velocities. On the other hand, motion of a sea grass is represented by a balance of inertial term, damping term, bending-stiffness term, tension of a plant, and external forces.

1 はじめに

日本の沿岸海域でよく見られる海底植物として、アマモが挙げられる。アマモは、波が緩やかで浅い砂地に生息する海草の一種で、同属のコアマモと同様、遠浅の砂泥海底にアマモ場あるいは藻場と呼ばれる大群落を作る。藻場は、栄養塩類や炭酸ガスを吸収し水中に酸素を供給することで、多くの水生生物の生活を支え、産卵や幼稚仔魚に生育の場を提供する以外にも、水中の有機物分解など、海水の浄化に大きな役割を果たしている。しかし、近年では沿岸海域における開発とそれに伴う海水汚染により、アマモが生育する地域は減少傾向にある。

現在、アマモの胞子が付着しやすい人工物を海底中に沈めることによって、藻場を再生する試みがなされている。しかし、水の流れが速いとアマモは海流によって流されやすく、定着率の減少に繋がる。また、水の流れが極端に緩やかな場合、アマモは葉に付着した海底中の泥や砂を取り払うことが出来ず、光合成をすることが難しくなり枯れてしまう。そこで、藻場を再生するために、アマモの発芽率及び定着率と海水流との関係が重要であると考えられた。

本研究では、格子系に単一格子と重合格子を用いて流体構造連成解析シミュレーションを行い、アマモの運動とその付近の流れ場を調べた。そして、単一格子と重合格子における流れ場の比較

と検証を行った。それによって、アマモの運動とその付近の流れ場の詳細な解析が、単一格子よりも短い時間で可能になると思われる。

2 問題の定式化と流体構造連成解析

本研究では、デカルト座標 (x,y,z) を用い、以下の領域を Ω^{main} , Ω^{sub} とする。

$$\Omega^{\text{main}} = \{ (x,y,z) \mid 0.0 < x < 0.8, 0.0 < y < 0.4, 0.0 < z < 0.8 \}$$

$$\Omega^{\text{sub}} = \{ (x,y,z) \mid 0.2 < x < 0.6, 0.1 < y < 0.3, 0.0 < z < 0.75 \}$$

また、以下の境界を Γ^{in} , Γ^{out} とする。

$$\Gamma^{\text{in}} = \{ (x,y,z) \mid x=0.0, 0.0 \leq y \leq 0.4, 0.0 \leq z \leq 0.8 \}$$

$$\Gamma^{\text{out}} = \{ (x,y,z) \mid x=0.8, 0.0 \leq y \leq 0.4, 0.0 \leq z \leq 0.8 \}$$

Fig. 1 のように、 s を 1 次元曲線上の変数とし、アマモを曲線 $G(0.0 \leq s \leq 0.7)$ と見なす。 $\mathbf{x}_a(s)=(x_a(s), y_a(s), z_a(s))$ はデカルト座標におけるアマモの座標である。

解析内容は、領域 Ω^{main} において 1 本のアマモが Γ^{in} から流入する海流に影響を受けている様相を調べることである。その際、アマモの根元は座標 $(0.3, 0.2, 0.0)$ に固定されているとする。そして、流体解析と構造解析を連成させて、アマモとその付近の流れ場を調べる。

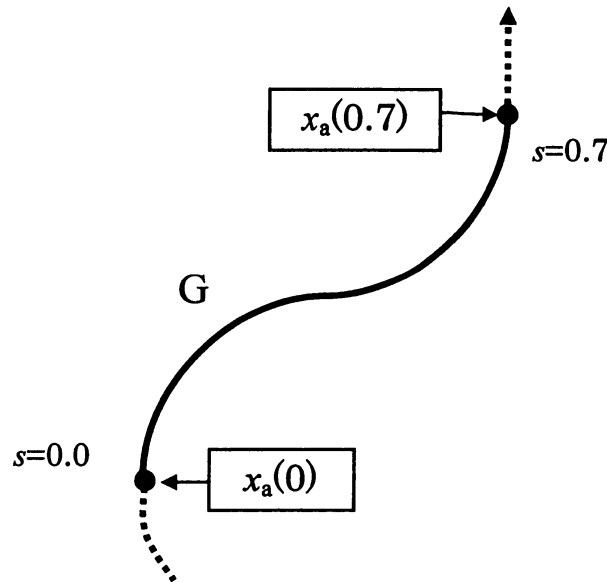


Fig. 1. The curve line G.

2.1 流体解析

流体解析に用いる支配方程式は、Navier-Stokes 方程式(1)と連続の式(2)である。アマモの運動を考慮するため、Navier-Stokes 方程式の右辺第 3 項に流体とアマモの速度の差に比例する外力の項を加えた。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_w} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - cA(\mathbf{u} - \mathbf{u}_a) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

$\mathbf{u}=(u,v,w)$, p , t , ρ_w はそれぞれ、流体の速度ベクトル、圧力、時間、密度を表している。また、右辺の c は抵抗係数、 \mathbf{u}_a はアマモの速度を表している。また、 $A(x,y,z)$ はアマモの有無を判断するための特性関数である。

本研究では、境界 Γ^{in} から水が流入し、境界 Γ^{out} から自由流出するとする。そのため、境界 Γ^{in} における境界条件は、

$$u=3, \quad v=w=0, \quad \frac{\partial p}{\partial x}=0 \quad (3)$$

とする。そして、境界 Γ^{out} における境界条件は、

$$\frac{\partial u}{\partial x}=0, \quad v=w=0, \quad p=0 \quad (4)$$

とする。その他の境界では滑りなし条件を与える。

$$u=v=w=0, \quad \frac{\partial p}{\partial n}=0 \quad (5)$$

ここで、 n は境界に対する外向き法線である。初期条件は、

$$u=v=w=0, \quad p=0 \quad (6)$$

である。

2.2 構造解析

アマモの運動を表わす支配方程式には、加速度項、曲げ剛性力項、張力項、外力からなる力のつり合いを表わす式(6)と、アマモが伸縮しないという条件を表す式(7)を用いる。

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{x}_a}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 \mathbf{x}_a}{\partial s^4} - \frac{\partial}{\partial s} \left(T \frac{\partial \mathbf{x}_a}{\partial s} \right) = \mathbf{F} \quad (6)$$

$$\left| \frac{\partial \mathbf{x}_a}{\partial s} \right|^2 = 1 \quad (7)$$

ρ_a はアマモの線密度、 EI は曲げ剛性定数、 T は張力、右辺の \mathbf{F} は外力を表す。

端点 $s=0$ における境界条件は、

$$\mathbf{x}_a(0) = (0.3, 0.2, 0.0) \quad (8)$$

である。また、端点 $s=0.7$ は自由端とする。そのため、境界条件は、

$$\left. \frac{\partial \mathbf{x}_a}{\partial s} \right|_{s=0.7} = 0 \quad (9)$$

となる。初期条件は、張力 $T=0$ 、外力 $\mathbf{F}=0$ 、

$$\mathbf{x}_a(s) = (0.3, 0.2, s)$$

とする。

2.3 流体構造連成解析

本研究では、流体解析と構造解析を連成させるために、弱連成解析を行った。ここで、座標 \mathbf{x} 上でアマモの有無を判断するために、特性関数 $A(x,y,z)$ を用いる。

$$A(x, y, z) = \frac{1}{2} \left(1 - \tanh \left(\frac{r(x, y, z) - r_a}{\varepsilon} \right) \right) \quad (2.3.1)$$

$$r(x, y, z) = \min_{\mathbf{x}, \mathbf{x}_a \in D} \left(\sqrt{(x - x_a)^2 + (y - y_a)^2 + (z - z_a)^2} \right)$$

r_a と ε は定数であり、本研究では、 $r_a=9.0 \times 10^{-3}$ 、 $\varepsilon=3.0 \times 10^{-3}$ とした。その時の A の分布を **Fig. 2** に示した。外力 \mathbf{F} は流体の圧力 p と特性関数 $A(x,y,z)$ によって決まる力 \mathbf{F}^{flow} と浮力 $\mathbf{F}^{\text{buoyancy}}$ からなる。

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{F}^{\text{flow}} + \mathbf{F}^{\text{buoyancy}} \\ &= (f_x^{\text{flow}}, f_y^{\text{flow}}, f_z^{\text{flow}}) + (0, 0, f_z^{\text{buoyancy}}) \end{aligned}$$

ここで、

$$f_x^{\text{flow}} = \int_{\mathbf{G}} p \frac{\partial A}{\partial x} d\mathbf{G}$$

$$f_y^{\text{flow}} = \int_{\mathbf{G}} p \frac{\partial A}{\partial y} d\mathbf{G}$$

$$f_z^{\text{flow}} = \int_{\mathbf{G}} p \frac{\partial A}{\partial z} d\mathbf{G}$$

$$f_z^{\text{buoyancy}} = (\rho_w - \rho_a) g,$$

ただし、 g は重力加速度である。流体から外力 \mathbf{F} を受けた時のアマモの速度 \mathbf{u}_a を以下のように表す。

$$\mathbf{u}_a = \left(\frac{\partial x_a}{\partial t}, \frac{\partial y_a}{\partial t}, \frac{\partial z_a}{\partial t} \right)$$

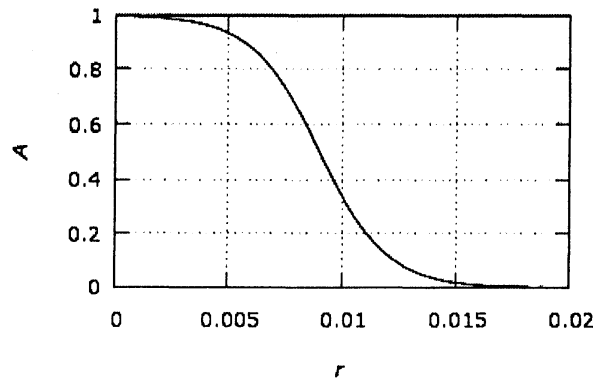


Fig. 2. A distribution of characteristic function $A(x,y,z)$ for $\theta=9.0 \times 10^{-3}$ and $\varepsilon=3.0 \times 10^{-3}$.

3 数値計算法

流体解析については、有限差分法を用いて支配方程式(1), (2)を離散化し、SMAC 法に基づき半陰解法で時間発展計算を行った。圧力項と粘性項には中心差分法を、移流項には 3 次精度上流差分法を用いて離散化した。本研究では、単一格子を用いた場合と重合格子を用いた場合の 2 通りの計算を行う。重合格子で計算する場合、主格子と補助格子との計算結果を線形補間した。単一格子の計算領域として領域 Ω_{main} を用いる。そして、重合格子における主格子に領域 Ω_{main} 、補助格子に領域 Ω_{sub} を用いる。領域 Ω_{main} と領域 Ω_{sub} をスタガード格子に分割し、 x, y, z 方向の格子間隔をそれぞれ $\Delta x_m, \Delta y_m, \Delta z_m$ と $\Delta x_s, \Delta y_s, \Delta z_s$ とした。単一格子の場合、圧力に関する Poisson 方程式は、GP-BiCG 法により計算した。また、重合格子法の場合、圧力に関する Poisson 方程式は、Gauss-Seidel 法により計算した。

構造解析についても、有限差分法を用いて支配方程式(6), (7)を離散化した。曲線 G をスタガード格子に分割し、格子間隔を $\Delta s=0.014$ とした。ところで、アマモの座標 \mathbf{x}_a を求める際、(6)式は \mathbf{x}_a については時間発展の方程式であるが、張力 T に関しては時間発展の式になっていない。そこで、両辺の微分をとって得られる Poisson 方程式を解いて張力 T を直接求め、それを用いてアマモの座標値 \mathbf{x}_a を求めていく。

4 シミュレーション結果と流れ場の比較・検証

単一格子と重合格子を用いて、それぞれの格子における流れ場の比較と検証を行った。計算領域の格子間隔が、単一格子において $\Delta x_m = \Delta y_m = \Delta z_m = 0.01$ の場合、単一格子において $\Delta x_m = \Delta y_m = \Delta z_m = 0.006$ の場合、重合格子において $\Delta x_m = \Delta y_m = \Delta z_m = 0.01$, $\Delta x_s = \Delta y_s = \Delta z_s = 0.006$ の場合を採用する。

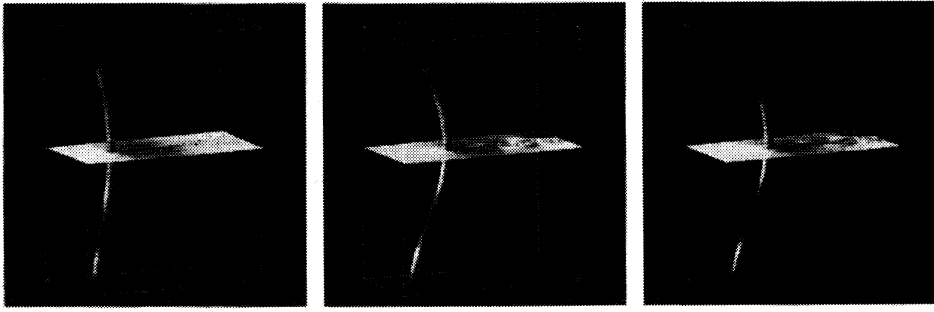
Fig. 3は時間変化に伴うアマモの形状の変化を表す。時間変化に応じて、アマモが下流方向へ移動し、 $t=3$ となると全ての場合でアマモの動きはほとんど見られなくなった。これは、アマモが海水から受ける圧力の鉛直方向成分 f_z^{flow} と浮力の鉛直方向成分 f_z^{buoyancy} とが釣り合ったためであると思われる。その際に、アマモが海水から受ける圧力の x 方向成分 f_x^{flow} がアマモを下流方向へ動かしていると考えられる。また、一本のアマモを考慮しているため、 y 方向成分 f_y^{flow} の影響は小さいと考えられる。

Fig. 4は $z=0.5$ を通る水平断面上における、アマモ付近の速度ベクトルを示している。**Fig. 4(a),(b)**は、単一格子で格子間隔に $\Delta x_m = \Delta y_m = \Delta z_m = 0.01$ と $\Delta x_m = \Delta y_m = \Delta z_m = 0.006$ を用いたシミュレーション結果である。**Fig. 4(c)**は、重合格子で主格子と補助格子の格子間隔に $\Delta x_m = \Delta y_m = \Delta z_m = 0.01$ と $\Delta x_s = \Delta y_s = \Delta z_s = 0.006$ を用いたシミュレーション結果である。**Fig. 4(b)**における格子間隔 $\Delta x_m, \Delta y_m, \Delta z_m$ と**Fig. 4(c)**における補助格子の格子間隔 $\Delta x_s, \Delta y_s, \Delta z_s$ が等しくなるようにした。

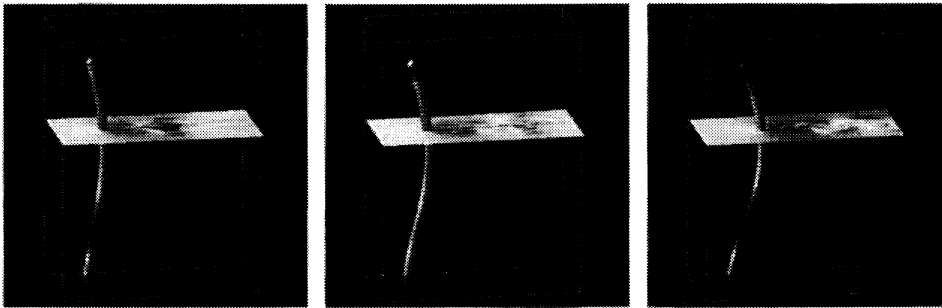
まず、単一格子で計算した結果**Fig. 4(a),(b)**を考察する。**Fig. 4(a)**では、 $0 \leq t \leq 2$ でアマモの下流において時間に依存する非定常な流れ場が確認された。そして、 $2 < t \leq 3$ では周期流が確認された。ここで、アマモの直径を代表長さ L 、 Γ^{in} からの流入速度を代表速度 U とするとレイノルズ数はおよそ 10^3 程度であるので、 $2 < t \leq 3$ ではアマモの下流でカルマン渦が発生していると考えられる。**Fig. 4(b)**では、 $0 \leq t \leq 2$ で**Fig. 4(a)**より乱れた流れ場が確認された。**Fig. 4(b)**では、**Fig. 4(a)**の格子間隔より小さく取っているため、アマモ付近と下流で更に小さな流れを解像できたためであると考えられる。 $2 < t \leq 3$ では、**Fig. 4(a)**と同様、アマモの下流でカルマン渦列を確認した。

次に、重合格子で計算した結果**Fig. 4(c)**を考察する。**Fig. 4(b)**と同様に、 $0 \leq t \leq 2$ で乱れた流れ場が確認されたが、**Fig. 4(b)**ほどの大きな乱れは見られなかった。これは、主格子と補助格子との情報交換が十分適切に行われなかったことによって、数値誤差が発生したためではないかと考えられる。また、流体構造連成を行う際に、支配方程式を弱連成させたためであるとも考えられる。 $2 < t \leq 3$ では、**Fig. 4(a),(b)**と同様にアマモの下流でカルマン渦列を確認した。

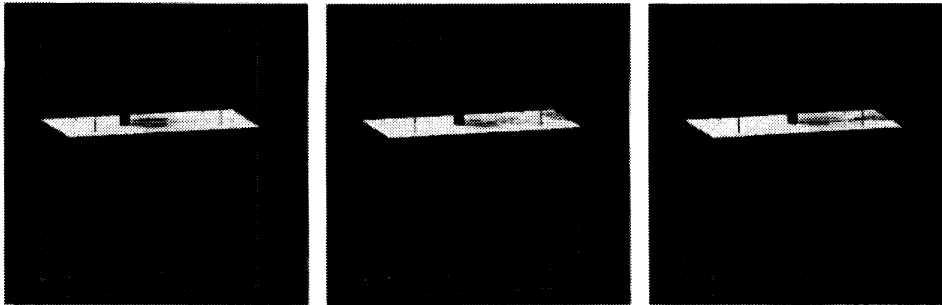
なお、**Fig. 4(c)**での計算時間は、**Fig. 4(b)**の3分の2程度であった。

 $t=1.$ $t=2.$ $t=3.$

(a) Coupled simulation using the single grid 1 for $\Delta x_m = \Delta y_m = \Delta z_m = 0.01$.

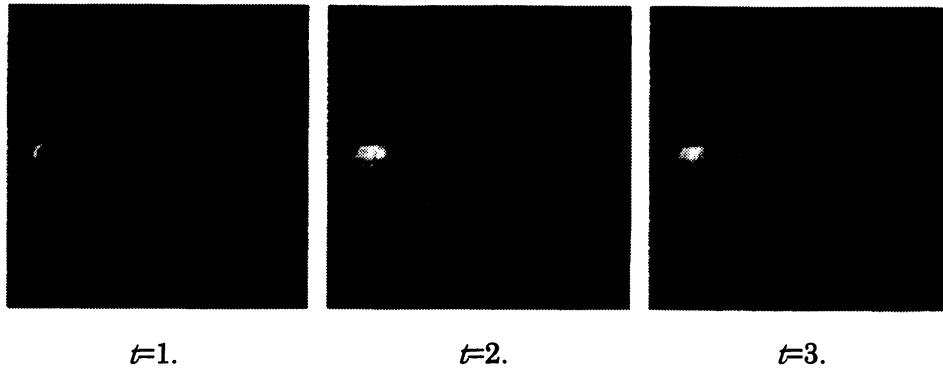
 $t=1.$ $t=2.$ $t=3.$

(b) Coupled simulation using the single grid 2 for $\Delta x_m = \Delta y_m = \Delta z_m = 0.006$.

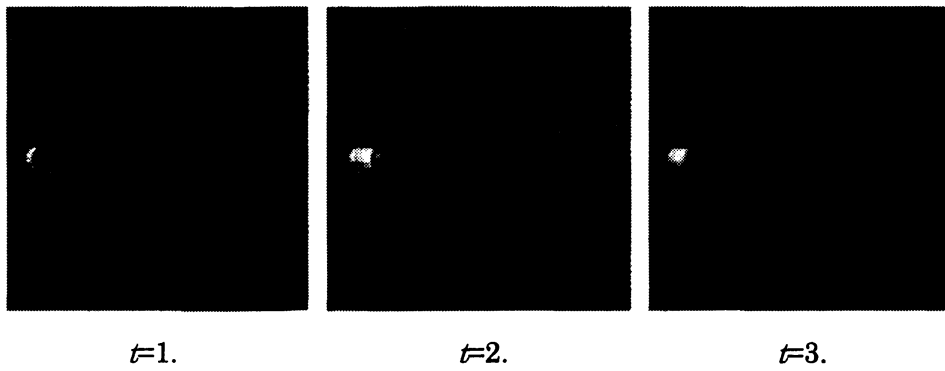
 $t=1.$ $t=2.$ $t=3.$

(c) Coupled simulation using the overset grids for $\Delta x_m = \Delta y_m = \Delta z_m = 0.01$ and $\Delta x_s = \Delta y_s = \Delta z_s = 0.006$.

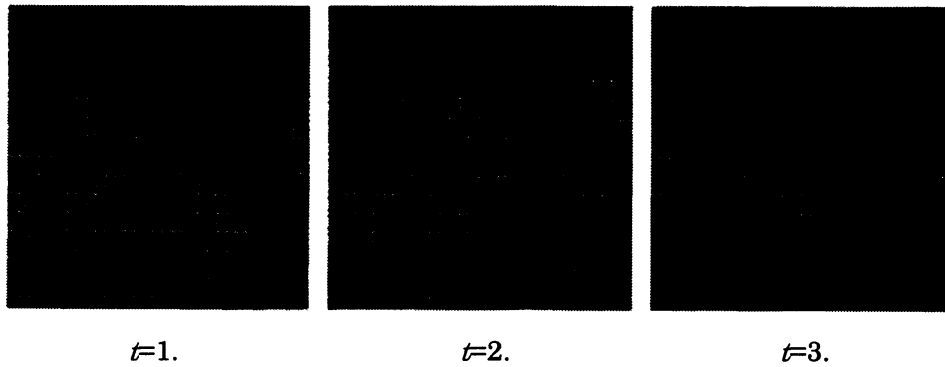
Fig. 3. The motion of sea grass by wave actions from $t=1$ to $t=3$.



(a) Coupled simulation using the single grid 1 for $\Delta x_D = \Delta y_D = \Delta z_D = 0.01$.



(b) Coupled simulation using the single grid 2 for $\Delta x_D = \Delta y_D = \Delta z_D = 0.006$.



(c) Coupled simulation using the overset grids for $\Delta x_D = \Delta y_D = \Delta z_D = 0.01$ and $\Delta x_E, \Delta y_E, \Delta z_E = 0.006$.

Fig. 4. Vectors near the water grass from $t=1$ to $t=3$ for the horizontal cross section through $z=0.5$.

5 まとめと今後の課題

本研究では、単一格子と重合格子において、アマモの運動とその付近の流れ場を流体構造連成解析を用いてシミュレーションを行った。そして、現実的なシミュレーションモデルを作成するために、アマモ周りにおける流れ場の比較・検証を行った。

$0 \leq t < 2$ で、重合格子で計算した結果は、 $\Delta x_m = \Delta y_m = \Delta z_m = 0.01$ の単一格子で計算した結果より、アマモ付近やその下流で乱れた流れを解像することが出来た。しかし、 $\Delta x_m = \Delta y_m = \Delta z_m = 0.006$ の単一格子で計算した結果ほど、乱れた流れ場を解像することが出来なかった。この理由は、主格子と補助格子との情報交換が十分適切に行われなかったことによって、数値誤差が発生したためではないかと考えられる。 $2 < t \leq 3$ で、重合格子で計算した結果では、 $\Delta x_m = \Delta y_m = \Delta z_m = 0.006$ の単一格子で計算した結果と同様なカルマン渦列を確認することが出来た。そして、計算時間は $\Delta x_m = \Delta y_m = \Delta z_m = 0.006$ の単一格子で計算した時間の 3 分の 2 程度であった。

今後は、重合格子において主格子と補助格子とでのデータの受け渡しを改良するとともに、アマモのねじれに関する解析や、アマモの形状をより忠実に再現していく。そして、より現実に近いシミュレーションモデルの構築により、アマモの生育に最適な海水流れの解析に役立てていきたい。

参考文献

- [1] 土木学会応用力学委員会計算力学小委員会、“いまさら聞けない計算力学の常識”、丸善株式会社出版、(2008)
- [2] 石川、“しなり変形する矩形板まわりの流れ—樹木のしなりからモーフィング翼へ—” ながれ、28、(2009)、pp. 309-314
- [3] 米田、渡邊、水藤、“ボールの運動シミュレーションに対する重合格子法の適用” 第 23 回数値流体力学シンポジウム、B7-1、(2009)、pp. 171
- [4] 谷野功樹、“流体構造連成解析による水中植物の運動のシミュレーション”、2007 年度卒業論文